Universidad Simón Bolívar
Departamento de Matemáticas
Puras y Aplicadas
Septiembre - Diciembre 2000
MA-2115

Práctica 2

1. Analizar la convergencia de las siguientes series:

1.1) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n^2}+\frac{1}{3^n}\right)$ 1.2) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\frac{1}{n\ln n\ln(\ln n)}$ 1.3) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\operatorname{sen}\frac{1}{n}$

2. 2.1) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}\frac{2^{n-2}}{(2-3a)^n}$, con $a\in\mathbb{R}$ 2.3) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}\left(\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{5^n}\right)^k$

2.2) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{1}{2^n}+\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}\right)$

3. Investigar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Si una afirmación es verdadera, demostrarla; en caso contrario, dar un contraejemplo.

3.1) Si $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ converge; y $a_n\geq 0\ \forall_n$, entonces $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}a_n^2$ converge

3.2) Si $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(a_n+b_n)$ converge, entonces $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ y $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}b_n$ convergen

3.3) Si $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ converge y $a_n\geq 0\ \forall_n$, entonces $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{n}$ converge

4. Determinar si la serie es absolutamente convergente, condicionalmente convergente o divergente

4.1) $-1+\frac{4}{5}+\frac{9}{15}+\frac{16}{29}+\frac{25}{47}+\frac{36}{69}+\dots$

4.2) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+1}{n+2}\right)^{n^2}$

4.3) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{k\pi}{n}\right)$ donde k es un número real positivo

4.4) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2+2n-1}{n!}$

4.5) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{2^n n!}{n^n}$

4.6) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}ne^{-n}$

4.7) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{(n^2+2)(1+\ln n)}$

5. Determinar los valores de p para los cuales la serie converge.

5.1) $\sum_{n=0}^{\infty}\left(\sqrt{n^p+1}-\sqrt{n^p}\right)$

5.2) $\sum_{n=3}^{\infty}\frac{1}{n\ln(n)(\ln(n))^p}$

5.3) $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{(n\ln(n))^p}$

5.4) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\ln n}{n^p}$

5.5) $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n(\ln(n))^p}$

6. Determinar los valores de p para los cuales las series es absolutamente convergente, condicionalmente convergente y divergente.

6.1) $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(n+(-1)^n)^p}$

6.2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n^p}$

7. Mostrar que la serie $1-\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}-\frac{1}{\sqrt{4}}+\frac{1}{\sqrt{5}}-\ldots$ converge y hallar una suma parcial que difiere de la suma de la serie en menos de 0.01

8. Analizar la convergencia de las siguientes series:

8.1) $\sum_{n=1}^{\infty}\ln\left(n^{\frac{1}{n}}\right)$

8.2) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}-e^{-n^2}\right)$

8.3) $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{(\ln(n))^{\ln(n)}}$

9. Analizar la convergencia de las siguientes series. Si una serie converge, hallar su límite.

9.1) $\sum_{n=1}^{\infty}\ln\left(\frac{n^2}{n^2-1}\right)$

9.2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n(n+1)(n+2)}$

9.3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n+n^2+n}{2^{n+1}n(n+1)}$

10. Investigar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Si una afirmación es verdadera, demostrarla; en caso contrario dar un contra ejemplo.

10.1) Si $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ converge absolutamente, entonces $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n^2}{1+a_n^2}$ converge absolutamente.

10.2) Si $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ converge absolutamente y $a_n\neq -1\ \forall n$, entonces $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{1+a_n}$ converge absolutamente.

10.3) Sean $a_n\geq 0,\ \ b_n>0\ \forall n,\ \ \frac{a_n}{5b_n}>5\ \ \forall n\geq 7$. Si $\sum_{n=1}^{\infty}b_n$ diverge, entonces $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ diverge.

11. Probar que las series $\frac{1}{2}-\frac{2}{1+2^2}+\frac{3}{1+3^2}-\frac{4}{1+4^2}+\ldots$ converge y hallar la suma parcial que defiere de la suma de esta serie en menos de 0.001

Universidad Simón Bolívar
Departamento de Matemáticas
Puras y Aplicadas
Septiembre - Diciembre 2000
MA-2115

Práctica de sucesiones

1. Investigue si las siguientes sucesiones son o no convergente. Si converge, calcule su límite

   a) $a_n = \sqrt{n(n+2)} - n,\ \ a > 0$ b) $c_0 = 2,\ \ c_n = \dfrac{2nc_{n-1}}{1+n^2}$, si $n \geq 1$

2. Pruebe usando la definición de límite, la convergencia de las siguientes sucesiones:

   a) $a_n = \dfrac{3n + 2 - \operatorname{sen} n}{n}$ b) $b_n = \dfrac{n}{2n+1}$

3. Calcule el $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$, si

   a) $a_n = n^{\frac{1}{n}}$ c) $a_{n+1} = \dfrac{1}{2}\left(a_n - \dfrac{1}{a_n}\right),\ \ a_1 = 3$

   b) $a_n = \left(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}\right)\sqrt{n+3}$ d) $a_n = \dfrac{n^2}{2n+1} \operatorname{sen} \dfrac{\pi}{n}$

4. Sean $\{a_n\}, \{b_n\}$, sucesiones, se supone $\{a_n\}$ acotada, (es decir, existe $M > 0$ tal que $\forall n, |a_n| > M$) y $\lim\limits_{n\to\infty} b_n = 0$. Usar la definición de límite para probar que $\lim\limits_{n\to\infty} a_n b_n = 0$.

5. Analizar la convergencia de la sucesión en término general

   a) $a_n = \dfrac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{(2n)^n}$ b) $a_n = \dfrac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \ldots \cdot 2n}$

Universidad Simón Bolívar
Departamento de Matemáticas
Puras y Aplicadas
Septiembre - Diciembre 2002
MA-2115

Práctica 1

1. Investigue si las siguientes sucesiones son o no convergente. Si converge, calcule su límite

1.1) $a_n = \sqrt{n(n+2)} - n, \quad a > 0$

1.2) $c_0 = 2, \ c_n = \dfrac{2nc_{n-1}}{1+n^2}$, si $n \geq 1$

1.3) $a_n = \dfrac{2n-1}{1+n}$

1.4) $a_n = \dfrac{n(-1)^n}{1+n}$

1.5) $a_n = \dfrac{\cos(n\pi)}{n}$

1.6) $a_n = e^n 2(1-n)$

1.7) $a_n \dfrac{n^2+n-1}{\sqrt{n^5+5n^3}}$

1.8) $a_n = \dfrac{n-3}{3^n}$

1.9) $a_n = \dfrac{\ln(1+e^n)}{n}$

1.10) $a_n = \dfrac{1+2+3+....+n}{n^2}$

2. Pruebe, la convergencia de las siguientes sucesiones:

2.1) $a_n = \dfrac{3n+2-\operatorname{sen} n}{n}$

2.2) $b_n = \dfrac{n}{2n+1}$

3. Calcule el $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$, si

3.1) $a_n = n^{\frac{1}{n}}$

3.2) $a_n = \left(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}\right)\sqrt{n+3}$

3.3) $a_{n+1} = \dfrac{1}{2}\left(a_n + \dfrac{1}{a_n}\right) \quad a_1 = 3$

3.4) $a_n = \dfrac{n^2}{2n+1} \operatorname{sen} \dfrac{\pi}{n}$

4. Investigar la convergencia de la sucesión dada por la fórmula recursiva:

4.1) $a_n = \sqrt{2+a_{n-1}}, \ a_1 = \sqrt{2}, \ n \geq 2.$

4.2) $a_{n+1} = 1 + +\frac{1}{2}a_n \ ; \ a_1 = 1$

4.3) $a_{n+1}\left(a_n - \dfrac{2}{a_n}\right); \ a_1 = 2$

Universidad Simón Bolívar
Departamento de Matemáticas
Puras y Aplicadas
Septiembre - Diciembre 2002
MA-2115

Práctica 2

Ejercicio de series

1. Determine si la serie infinita converge o diverge. Si es convergente calcule la suma.

Ejercicio	Respuesta	Ejercicio	Respuesta
$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{4^{n-1}}$	C. 4	$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{-1}{\sqrt{5}}\right)^{n-1}$	C. $\frac{\sqrt{5}}{(\sqrt{5}+1)}$
$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{37}{(100)^n}$	C. $\frac{37}{99}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n-1}}{2^n}$	D.
$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1}$	D.	$\frac{1}{4\cdot 5} + \frac{1}{5\cdot 6} + \ldots \frac{1}{(n+3)(n+4)} + \ldots$	C. $\frac{1}{4}$
$\frac{5}{1\cdot 2} + \frac{5}{2\cdot 3} + \ldots \frac{5}{n(n+1)} + \ldots$	C. 5	$3 + \frac{3}{2} + \ldots \frac{3}{n} + \ldots$	D.
$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n}{5n-1}$	D.	$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{8^n} + \frac{1}{n(n+1)}\right)$	c. $\frac{8}{7}$

2. Determine si la serie converge o diverge

Ejercicio	Respuesta	Ejercicio	Respuesta
$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{e}}$	D.	$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5}{n+2} - \frac{5}{n+3}\right)$	C.
$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\left(\frac{3}{2}\right)^n + \left(\frac{2}{3}\right)^n\right)$	D.	$\sum_{n=1}^{\infty} n \operatorname{sen} \frac{1}{n}$	D.

3. Encuentre una fórmula para S_n y demuestre que la serie converge o diverge usando $\lim_{n\to\infty} S_n$

Ejercicio	Respuesta	Ejercicio	Respuesta
$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2-1}$	$S_n = \frac{1}{2}[1 - 1/(2n+1)]$ C. $1/2$	$\sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{n}{n+1}$	$S_n = -\ln(n+1)$, D

4. Use el criterio de la integral para determinar si la serie converge o diverge

Ejercicio	Respuesta	Ejercicio	Respuesta
$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3+2n)^2}$	C.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctan}{1+n^2}$	C.
$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100^n}{n!}$	C.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{10^n}$	D.

MA-2115

Ejercicio	Respuesta	Ejercicio	Respuesta
$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{e^n}$	D.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}$	C.
$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{n^2+1}$	C.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{(1 \cdot 01)^n}$	C.
$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^2}$	C.	$\sum_{n=1}^{\infty} n \operatorname{tg} \frac{1}{n}$	D.

Universidad Simón Bolívar
Departamento de matemáticas
Puras y Aplicadas
Enero-Marzo del 2011

NOMBRE:______________________________

CARNET:________________ **SEC:**_________

1er. Parcial 2115 (50%) A

1-. (10puntos) Determine si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas. Si es verdadera Demuéstrelo si es falsa de un contraejemplo.

a) (5 puntos) Dada la serie $\sum a_n$, ¿ será cierto que si y $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ entonces la serie es convergentes

b) (5 puntos) La sucesión $a_n = \left\{(e^n - e^{-n})/(e^n + e^{-n}\right\}$ es convergente

2.- a) (6 puntos) Determine la convergencia condicional o absoluta de la serie.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\sqrt{2n^3+1} - \sqrt{2n^3}\right)$$

b) (6 puntos) Estudie la convergencia de la serie: $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2+\operatorname{sen}(n)}{\sqrt[3]{n^4+1}}$

3.- (14 puntos) Halle el conjunto de convergencia y su radio para la serie de potencias .

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x-1)^n}{n\,3^n}$$

4.-(14puntos) Resolver la ecuación diferencial $3(1+x^2)\dfrac{dy}{dx} = 2xy(y^3-1)$